

# Nakładanie obrazów metodą transformaty Hougha

Leszek Chmielewski

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

<http://www.ippt.gov.pl/~lchmiel>

**Streszczenie:** W praktycznych zadaniach nakładania obrazów zasadnicze znaczenie ma problem oceny, które podzbiory dostępnych danych obrazowych są poprawne, a które błędne. Proponuje się wykorzystanie mechanizmu akumulacji danych, znanego pod nazwą transformaty Hougha (HT), do uzyskania nałożenia, na jakie wskazuje największy podzbiór danych. W rozważanym zastosowaniu, HT stawiała do niedawna zbyt duże wymagania co do mocy obliczeniowej. Wskazano obszary zastosowań, w których jedna znana i jedna nie stosowana dotąd do nakładania obrazów wersja HT daje dobre wyniki w akceptowalnym czasie. Metoda jest badana w zastosowaniu do nakładania zdjęć symulacyjnych i portalowych, wykorzystywanych w kontroli jakości radioterapii nowotworów.

**Summary:** In practical image registration problems it is crucial to assess which subsets of the available image data are correct, and which are erroneous. It is proposed to use the data accumulation mechanism, known as the Hough Transform (HT), to receive the registration indicated by the largest subset of the data. Until recently, in the considered application the HT posed excessively large requirements concerning the computational resources. It is demonstrated in which ranges of application one known version of HT and one not hitherto used in image registration give good results in acceptable time. The method is studied in the application to registration of simulation and portal images used in quality assessment of oncological radiotherapy.

## 1. Wstęp – zadanie nakładania obrazów

Wspólna analiza obrazów przedstawiających ten sam obiekt, a pochodzących z różnych technik obrazowania, stwarza możliwość uzyskania pełniejszej informacji. Proces sprowadzania obrazów do wspólnego układu współrzędnych nazywamy *nakładaniem obrazów (image registration)*\*. Zadanie nakładania sprowadza się do określenia transformacji obrazu *nakładanego* w drugi obraz, zwany obrazem *odniesienia*. W większości praktycznych przypadków nie wiadomo z góry, na który punkt jednego obrazu należy nałożyć dany punkt drugiego, czyli które punkty są *punktami korespondującymi*. Klasyfikacje zadań nakładania znane z literatury [7, 11, 13] sprowadzają się do dziesięciu kryteriów [2, 10]. Nie będziemy ich tu wymieniać, a tylko zaznaczymy, że tu będą nas interesować wyłącznie metody nakładania: 1<sup>o</sup> na podstawie cech; 2<sup>o</sup> liniowe; 3<sup>o</sup> interpolujące i 4<sup>o</sup> automatyczne. Metody *interpolujące*, w opozycji do *aproksymujących*, to takie, w których dążymy do *dokładnego* nałożenia *wybranych* cech, a nie do minimalizacji miary *błędu* w całym zbiorze cech. Oznacza to, że poszukiwana metoda ma spośród cech wybrać korespondujące i nałożyć je dokładnie, pozostawiając nie nałożonymi cechy nie mające korespondencji. Jako przykład można wskazać Rys. 1 a-c, gdzie czarne piksele można uważać za piksele cech. Mamy zatem do czynienia z nakładaniem obrazów dwupoziomowych.

Wobec braku miejsca na szersze omówienie stanu wiedzy na temat metod nakładania obrazów, zainteresowanych odsyłamy do pracy [10]. Istotne jest, że według wiedzy autora, w zastosowaniu do nakładania obrazów nadzwyczaj rzadko spotyka się metodę transformaty Hougha (*Hough transform*, HT) [9], umożliwiającej analizę danych zawierających błędy i braki. Jedyne znalezione w zasobach internetowych publikacje to [6], gdzie wykorzystano

---

\* W języku angielskim używane są również terminy: *image coregistration*, *image matching* oraz *image alignment*. Po polsku niektórzy stosują terminy *rejestracja* lub *dopasowywanie obrazów*, jednak autor woli *nakładanie obrazów* jako termin mniej niejednoznaczny.

metodę, z którą opisywana tu propozycja zostanie porównana, oraz [5], gdzie HT zastosowano do detekcji obiektów, zaś nałożenia dokonano inną metodą.

Wersja HT znana pod nazwą uogólnionej transformaty Hougha (*generalised Hough transform*, GHT) [1, 9] służy do wykrywania w obrazie wystąpień wzorca, danego w postaci drugiego obrazu. Obrazy są dwupoziomowe, mamy więc ten sam przypadek, co nakładanie obrazów zawierających cechy. Tu proponujemy wersję HT, którą możnaby roboczo nazwać metodą bezpośredniej akumulacji parametrów (*direct accumulation of parameters*, DAP), oraz dokonamy porównania jej własności z GHT. Metoda DAP była wykorzystywana np. do detekcji i opisu elips [12], lecz, o ile autorowi wiadomo, nie do nakładania obrazów.

## 2. Omówienie metod

### 2.1. Uogólniona transformata Hougha

GHT stosuje się do detekcji wzorca, który może pojawić się w badanym obrazie w postaci przesuniętej o wektor  $[T_x, T_y]$ , obroconej o kąt  $\alpha$  i przeskalowanej ze skalą  $s$ . Środek obrotu i skalowania  $c_x, c_y$  jest stały, lecz dowolny. Potraktujmy wzorzec jako obraz nakładany  $N$ , a dany obraz jako obraz odniesienia  $O$ . Mamy zatem zadanie nakładania obrazów z transformacją liniową o czterech parametrach. Niech  $x_N, y_N$  będzie pikselem w obrazie nakładanym, a  $x_O, y_O$  w obrazie odniesienia. Jeśli te piksele mają się nałożyć, to

$$\begin{aligned} T_x &= x_O - x_c + s(x_c - x_N)\cos\alpha - s(y_c - y_N)\sin\alpha, \\ T_y &= y_O - y_c + s(x_c - x_N)\sin\alpha + s(y_c - y_N)\cos\alpha. \end{aligned} \quad (1)$$

Podzielmy dziedzinę parametrów na równe przedziały, po  $n_x, n_y, n_s, n_\alpha$  odpowiednio dla każdego parametru. Parametry o wartościach rzeczywistych możemy więc indeksować, z dokładnością do szerokości przedziału, indeksami które oznaczymy  $i_x, i_y, i_s, i_\alpha$ . Utwórzmy czterowymiarową tablicę liczb naturalnych  $A$ , zwaną *akumulatorem*, indeksowaną tymi właśnie indeksami. Wartości elementów tablicy, początkowo zerowe, będziemy obliczać następująco. Dla *każdej pary* pikseli – jeden piksel cechy obrazu nakładanego, jeden cechy obrazu odniesienia – można w przestrzeni parametrów wykreślić hiperpowierzchnię opisaną równaniami (1). Par tych jest  $n_N \cdot n_O$ , gdzie  $n_N$  to liczba pikseli cech w obrazie nakładanym, a  $n_O$  – w obrazie odniesienia. Te elementy akumulatora, które przecina hiperpowierzchnia, powiększmy o 1, w ten sposób, że dla wszystkich możliwych par  $i_s, i_\alpha$  znajdujemy  $s, \alpha$ , obliczamy  $T_x, T_y$ , znajdujemy ich indeksy  $i_x, i_y$ , i inkrementujemy  $A[i_x, i_y, i_s, i_\alpha]$ . Po zakończeniu procesu, indeksy maksymalnego elementu  $A$  odpowiadają tym parametrom transformacji, które odpowiadały transformacji najbardziej licznego podzbioru pikseli cech z obrazu  $N$  w obraz  $O$ . Jest to poszukiwana transformacja, z dokładnością do rozdzielczości akumulatora. Proces akumulacji można porównać do głosowania na podzbiór ze zbioru wartości parametrów.

### 2.2. Bezpośrednia akumulacja

Proponowane tu do rozważenia podejście bezpośredniej akumulacji parametrów (DAP) jest nieco inne. Dla jednoznacznego określenia czterech parametrów transformacji potrzeba dwóch korespondujących pikseli w każdym z obrazów, czyli po jednym odcinku. Nie znając korespondencji, weźmy *wszystkie możliwe* pary odcinków. Dla każdej z nich rozwiążmy układ czterech równań typu (1). Skalę i kąt (dwie możliwości) między odcinkami łatwo obliczyć najpierw. Następnie inkrementujemy odpowiedni element akumulatora. Jak więc widać, metoda w swoim zasadniczym kształcie jest nadzwyczaj prosta.

### 2.3. Złożoność obliczeniowa porównywanych metod

Zauważmy, że w klasycznej GHT wzory (1) wyliczamy  $n_N * n_O * n_s * n_a$  razy. Natomiast w DAP wzór na liczbę obliczeń dla pary odcinków, czyli dla czwórki piksli, jest następujący:  $r_N * n_N * (n_N - 1) * r_O * n_O * (n_O - 1) / 4$ . Wynika on z liczby odcinków, jakie można utworzyć z danej liczby punktów jako końców, zaś współczynniki  $r_N$  i  $r_O$  określają, ile spośród odcinków odrzucamy z powodu zbyt małej ich długości. Jeśli  $n_N \sim n_O$  i  $n_s \sim n_a$ , to w DAP złożoność będzie rzędu  $O(n^4)$  w zależności od liczby piksli cech, zaś w GHT rzędu  $O(n^2)$  od liczby piksli cech i również  $O(n^2)$  od rozdzielczości akumulatora. Nawet dla małych zadań powyższe wzory dają duże wyniki, dochodzące do setek milionów i więcej, dla konkretnego przykładu pokazane w Tab. 2. Należy przypuszczać, że tym tłumaczy się dotychczas niewielkie zainteresowanie tymi metodami. Te same tabele wskazują jednak, że przy obecnych możliwościach nawet prostego sprzętu obliczeniowego, omawiane metody są użyteczne dla określonych zakresów zastosowań. Obecnie jest więc dobry moment na zainteresowanie się metodami wykorzystującymi transformatę Hougha i pokrewne koncepcje do nakładania obrazów.

### 2.4. Ograniczenia zmniejszające złożoność bezpośredniej akumulacji

W metodzie GHT dobre wstępne oszacowanie zakresów zmienności parametrów zmniejsza rozmiar akumulatora i bezpośrednio skraca obliczenia. W metodzie DAP oszczędności można poczynić zmniejszając skalę obrazu, natomiast rozdzielczość akumulatora nie ma znaczenia. Obliczając obraz zmniejszony w ten sposób, że w każdym jego pikselu wstawiamy cechę, gdy w jego polu znajdzie się choć jeden piksel cechy obrazu oryginalnego, nie tracimy zbyt wiele informacji (Rys. 3 b, c). Wprawdzie ograniczanie zakresów zmienności parametrów w DAP także wyklucza bardzo wiele rozpatrywanych par piksli, to jednak wymaga to wykonania testów na każdej parze, co zajmuje czas. Nie rozpatrywanie odcinków krótszych, niż np. połowa największego wymiaru obiektów w obrazach, eliminuje znaczną liczbę par.

Podsumowując można stwierdzić, że tak dla GHT, jak i dla DAP istnieją zakresy parametrów, w których metody te są konkurencyjne. Na przykład, DAP nadaje się do wstępnego szacowania parametrów nałożenia dla obrazów w zmniejszonej rozdzielczości dla metod iteracyjnych, wymagających odpowiedniego punktu startowego [3, 4, 8].

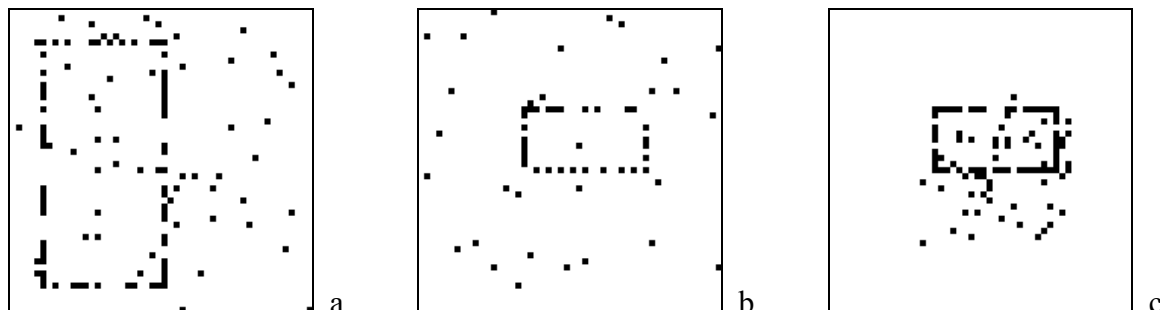
## 3. Przykłady obliczeń

### 3.1. Obrazy testowe, odporność na błędy i akumulacja rozmyta

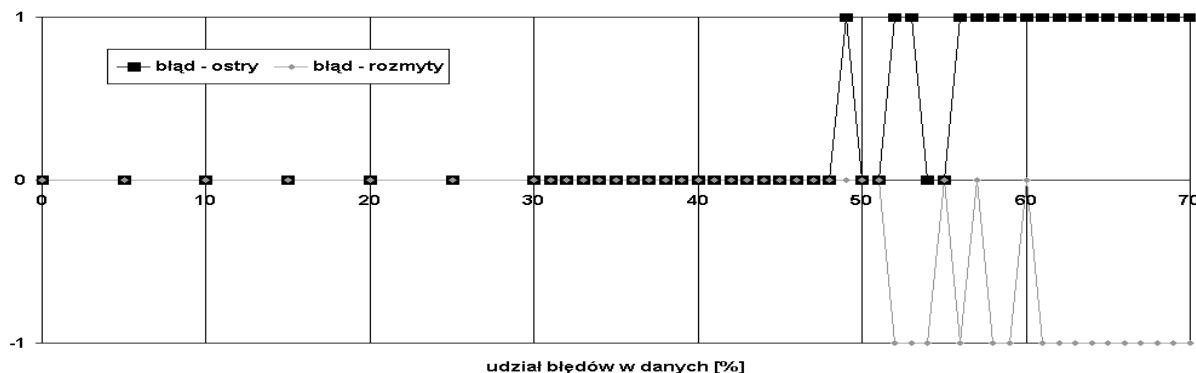
Pierwszy test wykonano na serii sztucznie wygenerowanych, dwupoziomowych obrazów testowych,  $50 * 50$ . Obrazy odniesienia zawierały po 60 piksli należących do cech, zaś obrazy nakładane 120. W każdym z obrazów wprowadzano błędy w ten sposób, że zmieniano położenie  $b\%$  piksli na inne położenie wybrane losowo,  $b = 1, 5, \dots, 30, 31, \dots, 70$ . Wykonywano obliczenia zarówno nałożenia obrazu „duży na mały”, jak i odwrotnie, uzyskując prawie identyczne wyniki, zatem tutaj przedstawiono tylko te pierwsze. Zarówno dla metody GHT, jak i DAP, uzyskano bardzo dobrą odporność na błędy w danych: wyniki poprawne uzyskano do 49 lub 50% błędów. Rys. 1 pokazuje wybrany wynik, zaś Rys. 2 – zbiorcze wyniki dla kolejnych udziałów błędnych piksli w danych.

Rozpatrzono również wersję DAP z rozmytym procesem akumulacji. Zastosowano znacznie uproszczoną wersję, w stosunku do [14], polegającą na inkrementowaniu, poza danym elementem akumulatora – o 3, również jego sąsiednich elementów – o 2. Odzwierciedla to możliwość popełnienia błędu o jeden w indeksowaniu akumulatora. Uzyskano nieznacznie

poprawę odporności na błędy w DAP (Rys. 2), oraz nieznaczne pogorszenie w GHT. Prawdopodobną przyczyną tego jest, że w DAP wszystkie parametry dla danego głosu są obliczane w jednolity sposób, zaś w GHT dwa są argumentami, a dwa pozostałe wynikami. Z braku miejsca pominiemy dyskusję dotyczącą kompromisu pomiędzy dokładnością a wiarygodnością wyników dla opisywanego zadania (por. [14]).



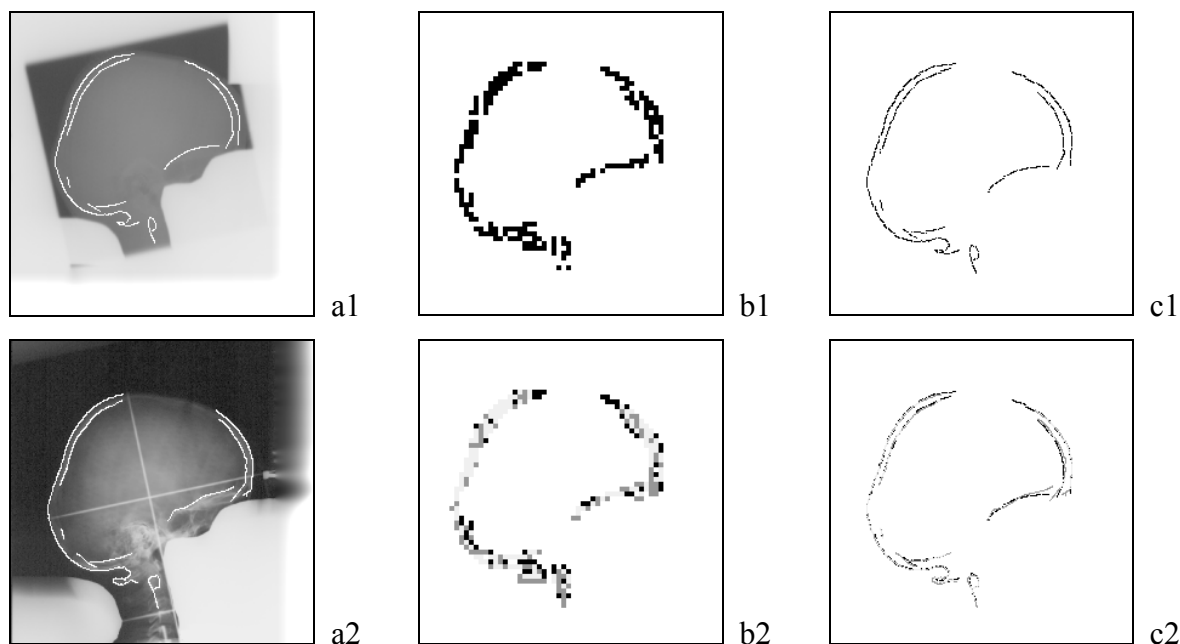
Rys. 1. Nakładane obrazy testowe, algorytm rozmyty – wynik dla 50% błędów w danych. a: obraz nakładany; b: odniesienia; c: wynik: obraz a przetransformowany do ukł. obrazu b.



Rys. 2. Ilustracja występowania błędów nałożenia dla algorytmu ostrego i rozmytego. Rzędne: 0: wynik poprawny; 1: błąd wyniku algorytmu ostrego; -1: błąd wyniku algorytmu rozmytego; np. błędny wynik obserwujemy dla 49% błędów w danych dla algorytmu ostrego, a dla 52% – dla obu algorytmów.

### 3.2. Obrazy naturalne

Metodę DAP oraz porównawczą metodę GHT przetestowano na parach obrazów 250\*250, pochodzących z rzeczywistych, klinicznych pomiarów jakości radioterapii, na podstawie zdjęć z planowania leczenia – symulacyjnych (odniesienia) i z realizacji leczenia – portalowych (nakładanych) [3, 4, 8]. Wyniki nałożenia na podstawie brzegów struktur anatomicznych dla jednej pary w trójpoziomowej piramidzie rozdzielczości przedstawiono w Tab. 1 i wybiórczo na Rys. 3 b, c. Metody DAP i GHT, w opisanej powyżej wersji z rozmytą akumulacją, dały wyniki prawie identyczne (różnica na poziomie 1:4 w kącie o 1°). Złożoność obliczeniową i czasy obliczeń porównano w Tab. 2. Przykład stanowi dobrą ilustrację kombinatorycznego wzrostu nakładów w GHT dla rosnącej rozdzielczości akumulatora, oraz w DAP przy rosnącej rozdzielczości obrazu.



Rys. 3. a1, a2: cechy w obrazie, odpowiednio, nakładanym i odniesienia. b, c: nałożenie, odpowiednio, dla skali 1:4 i 1:1. b1, c1: obrazy transformowane. b2, c2: jak b1, c1, pokazane wraz z obr. odniesienia; jasny szary – piksele nałożone dokładnie; ciemny szary – piksele nakładane nie mające korespondencji; czarny – piksele odniesienia nie mające korespondencji.

pomniejszenie	parametr	$T_x$	$T_y$	$\alpha$	$s$
1:4	zakres	-50.00÷50.00	-50.00÷50.00	-90.00÷90.00	0.76÷1.26
	$\Delta$ , n; <b>wynik</b>	1.00, 101; <b>1.00</b>	1.00, 101; <b>4.00</b>	1.00, 181; <b>1.00</b>	0.02, 26; <b>1.10</b>
	nowy zakres	-1.00÷3.00	2.00÷6.00	-1.00÷3.00	1.06÷1.14
1:2	zakres	-2.00÷6.00	4.00÷12.00	-1.00÷3.00	1.06÷1.14
	$\Delta$ , n; <b>wynik</b>	0.50, 17; <b>2.00</b>	0.50, 17; <b>9.00</b>	0.50, 9; <b>0.00</b>	0.01, 9; <b>1.11</b>
	nowy zakres	1.00÷3.00	8.00÷10.00	-1.00÷1.00	1.09÷1.13
1:1	zakres	2.00÷6.00	16.00÷20.00	-1.00÷1.00	1.09÷1.13
	$\Delta$ , n; <b>wynik</b>	0.25, 17; <b>3.75</b>	0.25, 17; <b>18.00</b>	0.25, 9; <b>0.50</b>	0.005, 9; <b>1.11</b>

Tab. 1. Zestawienie wyników dla obrazów naturalnych w kolejnych pomniejszeniach.  $\Delta$ , n: szerokość przedziału i liczba przedziałów w akumulatorze.

pomniejszenie	pikseli		akumulator		DAP				GHT	
	N	O	$n_\alpha$	$n_s$	min. dł. odc.	par s.o / par	ograniczenia razem	czas [min]	liczba operacji	czas [min]
1:4	196	224	181	26	20	86M/177M=49%	19%	<b>12</b>	202M	<b>12</b>
1:2	385	446	9	9	40	4.1M/2690M=0.15%	0.058%	<b>62</b>	14M	<b>0.04</b>
1:1	712	844	9	9	80	3.2M/32919M=0.01%	0.0037%	<b>741</b>	48M	<b>0.12</b>

Tab. 2. Nakłady obliczeniowe dla obrazów naturalnych dla DAP i GHT. N: obraz nakładany; O: obraz odniesienia; s.o.: spełniające ograniczenia. Czas dla Pentium 1000 MHz.

#### 4. Wnioski i podsumowanie

Metoda bezpośredniej akumulacji parametrów jest konkurencyjna w porównaniu z uogólnioną transformatą Hougha dla niewielkich liczb pikseli cech przeznaczonych do nałożenia, zaś niezależnie od objętości akumulatora. Nadaje się do automatycznego wyznaczania parametrów nałożenia dla obrazów w zredukowanej skali. W naturalny sposób pomija piksele nie mające korespondencji w drugim obrazie. Metoda jest niezależna od kształtu cech. Łatwo można utworzyć jej rozmytą wersję, co pozwoliłoby na osłabienie zależności pomiędzy rozdzielczością akumulatora a dokładnością i wiarygodnością wyników. Istnieje możliwość wprowadzania ograniczeń, przy których czas obliczeń jest akceptowalny, pomimo jego zależności od czwartej potęgi liczby pikseli cech w nakładanych obrazach.

#### Bibliografia

1. Ballard D.H.: Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes, *PR*, 13, 1981, 111-122.
2. Chmielewski L., Kozińska D.: Image registration, *Proc. 3rd Polish Conference on Computer Pattern Recognition Systems KOSYR 2003*, Miłków, Poland, May 26-29, 2003, 52-57.
3. Chmielewski L., Kukołowicz P.F., Gut P., Dąbrowski A.: Assessment of the quality of radiotherapy with the use of portal and simulation images – the method and the software, *Journal of Medical Informatics & Technologies*, 3, Nov 2002, MI-171—MI-179.
4. Chmielewski L., Gut P., Kukołowicz P.F., Dąbrowski A.: Robust feature-based image registration using modified Hausdorff distance measure with the evolving quantile rank, *Proc. East-West Vision EWW'02*, Graz, Austria, Sept 12-13, 2002, 23-28.
5. Cideciyan A.V., Nagel J.H.: Multi-modality image registration using the Hough transformation. *Proc. Ann. Int. Conf. IEEE Engng in Med. and Biol. Society*, IEEE 1990, 12, 1, 141-142.
6. Costabile M. F., Pieroni G. G.: Detecting Shape Correspondences by Using the Generalized Hough Transform, *Proc. 8<sup>th</sup> Int. Conf. on Pattern Recognition ICPR'86*, Paris, France, Oct 27-31, 1986, 589-591.
7. Van der Elsen P.A., Pol E.J.D., Viergever M.A.: Medical image matching – a review with classification, *IEEE Engineering in Medicine and Biology*, 3, 1993, 26-39.
8. Gut P., Chmielewski L., Kukołowicz P.F., Dąbrowski A.: Edge-based robust image registration for incomplete and partly erroneous data. *Proc. 9<sup>th</sup> Int. Conf. Computer Analysis of Images and Patterns CAIP 2001*, Warsaw, Poland, Sept 5-8, 2001. LNCS 2124, Springer, 309-316.
9. Illingworth J., Kittler J.: A survey of the Hough transform, *CVGIP*, 44, 1, 1988, 87-116.
10. Kozińska D., Chmielewski L.: Nakładanie obrazów i integracja danych multimodalnych, w: *Obrazowanie Medyczne*, Kulikowski J., Nowakowski S., Chmielewski L. (Red.). Tom 8 w serii *Biocybernetyka i Inżynieria Biomedyczna*, pod redakcją Macieja Nałęcza. W druku.
11. Lester H., Arrige S.R.: A survey of hierarchical non-linear medical image registration, *PR*, 32, 1999, 129-149.
12. Leavers V.F.: *Shape Detection in Computer Vision Using the Hough Transform*, Springer, 1992.
13. Mauer C.R., Fitzpatrick J.M.: A review of medical image registration, *Interactive Image Guided Neurosurgery*, Maciunas R.J. (Ed.), American Assoc. of Neurological Surgeons, 1993, 17-44.
14. Strauss O.: Use the Fuzzy Hough transform towards reduction of the precision/uncertainty duality, *Pattern Recognition*, 32, 1999, 1911-1922.